UNIVERSITE LOUIS PASTEUR STRASBOURG

École Doctorale 2008

Le *Modèle Standard Supersymetrique Minimal*

Cette série d'exercices est consacrée à l'étude du modèle standard supersymétrique minimal. C'est une théorie de jauge supersymétrique[a]

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} &= D_\mu \Phi^\dagger_i D^\mu \Phi^i + i\bar{\psi}_i \bar{\sigma}^\mu D_\mu \psi^i \\
&- \frac{1}{4} F^a{}_{\mu\nu} F_a{}^{\mu\nu} + i\bar{\lambda}^a \bar{\sigma}^\mu D_\mu \lambda_a \\
&- i\sqrt{2} g_a \bar{\psi}_i T^{ai}{}_j \bar{\lambda}_a \Phi^j + i\sqrt{2} g_a \Phi^\dagger_j \psi^i \lambda_a T^{aj}{}_i \\
&- \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial \Phi^i \partial \Phi^j} \psi^i . \psi^j - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W^*}{\partial \Phi^\dagger_i \partial \Phi^\dagger_j} \bar{\psi}_i \bar{\psi}_j \\
&- \sum_i \left| \frac{\partial W}{\partial \Phi^i} \right|^2 - \frac{1}{2} \sum_a g_a^2 (\Phi^\dagger_i T^{ai}{}_j \Phi^i)^2
\end{aligned}
$$

où on a le contenu en champ suivant :

1. le groupe de jauge est $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U(1)_Y$, et les superchamps vectoriels V^a sont :

   G^a pour $SU(3)$ avec $a = 1, \cdots, 8$, W^a pour $SU(2)$ où $a = 1, 2, 3$ et B pour $U(1)$;

2. pour les superchamps chiraux on a les multiplets Φ^i:

   $Q = (\underline{\mathbf{3}}, \underline{\mathbf{2}}, \frac{1}{6})$, $U = (\underline{\mathbf{3}^*}, \underline{\mathbf{1}}, -\frac{2}{3})$, $D = (\underline{\mathbf{3}^*}, \underline{\mathbf{1}}, \frac{1}{3})$, $L = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2})$, $E = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{1}}, 1)$, $H_1 = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2})$, $H_2 = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{2}}, \frac{1}{2})$.

Le superpotentiel de la théorie est donné par

$$W = \lambda_E L.H_1 E + \lambda_D Q.H_1 D + \lambda_U Q.H_2 U + \mu H_1.H_2.$$

La théorie est brisée par les termes de brisure douce

$$
\begin{aligned}
V_{\text{soft}} &= m_i^2 \Phi^i \Phi^\dagger_i + \frac{1}{2} M_1^2 (\tilde{B}.\tilde{B} + c.c) \\
&+ \frac{1}{2} M_2^2 (\tilde{W}^a.\tilde{W}_a + c.c) + \frac{1}{2} M_3^2 (\tilde{G}^a.\tilde{G}_a + c.c) \\
&+ \lambda_E A_E \tilde{\ell}.H_1 \tilde{e}_L + \lambda_U A_U \tilde{q}.H_2 \tilde{u}^\dagger_R + \lambda_D A_D \tilde{q}.H_1 \tilde{d}^\dagger_R + B\mu H_1.H_2
\end{aligned}
$$

[a] On voit donc que tous les couplages sont dictés par des principes d'invariance; invariance de jauge ou invariance par transformations supersymétriques.

$\boxed{\text{Exercice 1}}$

Dans cet exercice, on va calculer le potentiel des deux bosons de Higgs $H_1 = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{2}}, -\frac{1}{2}), H_2 = (\underline{\mathbf{1}}, \underline{\mathbf{2}}, \frac{1}{2}))$ et montrer que celui-ci ne peut pas engendrer une brisure du secteur électrofaible.
1 Préliminaire : soient $\sigma^1, \sigma^2, \sigma^3$ les trois matrices de Pauli. Montrer la relation :

$$\sum_{a=1}^{3} \sigma^{ai}{}_j \sigma^{ak}{}_\ell = \delta^i{}_j \delta^k{}_\ell - 2\epsilon^{ik}\epsilon_{j\ell},$$

avec $\epsilon_{12} = -\epsilon_{21} = 1, \epsilon^{12} = -\epsilon^{21} = 1$.
2 Montrer que H_1 (resp. H_2) comportent un champ neutre et un champ chargé négativement (resp. un champ chargé positivement et un champ neutre).
3 Quels sont les termes D associés au bosons H_1 et H_2 ? Quelle est la contribution au potentiel scalaire due à H_1 et H_2 ? Simplifier cette expression en utilisant l'identité démontrée en **1**.
4 Quels sont les termes F associés au bosons H_1 et H_2 ? Quelle est la contribution au potentiel scalaire due à H_1 et H_2.
5 En déduire que l'on ne peut pas avoir de brisure du secteur électrofaible.

$\boxed{\text{Exercice 2}}$

On va montrer que si la supersymétrie est brisée, il y a apparition d'un fermion de Goldstone (de masse nulle).

1.a Soit X un champ donné, on écrit $\delta X = [\varepsilon^\alpha Q_\alpha, X]$ la loi de transformation du champ X dans une transformation supersymétrique (Q est appelé le générateur −fermionique− des transformations supersymétriques). En se référant aux exercices 5 et 10 du chap II, et en ne considérant que les termes contenant les champs auxiliaires F^i et D_a, montrer que

$$\left\{Q_\alpha, \psi^i{}_\beta\right\} = \sqrt{2}F^i\varepsilon_{\alpha\beta} + \cdots, \quad \left\{Q_\alpha, \lambda^a{}_\beta\right\} = -iD_a\varepsilon_{\alpha\beta} + \cdots.$$

1.b On suppose maintenant que les termes F et D prennent une valeur moyenne dans le vide $< F^i >, < D^a >$. Montrer que si on définit

$$\Psi_G = \frac{1}{\sqrt{2}} < F^\dagger{}_i > \psi^i + \frac{i}{2} < D^a > \lambda_a,$$

on a

$$\langle\{Q_\alpha, \Psi_G\}\rangle =< V > \varepsilon_{\alpha\beta}.$$

2 Montrer que le terme d'intéraction (voir exercice 12, chap II) s'écrit

$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\psi^i & i\sqrt{2}\lambda_a\end{pmatrix}\begin{pmatrix} W_{ij} & -gT^{bi}{}_j\Phi^\dagger{}_j \\ -gT^{ai}{}_j\Phi^\dagger{}_i & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi^j \\ i\sqrt{2}\lambda_b\end{pmatrix}.$$

3 On va montrer que si la supersymétrie est brisée, il y a appariition d'un fermion de masse nulle.

a On rappelle que $F^\dagger_j = \frac{\partial W}{\partial \Phi^j} = W_j$ et $D^a = -gD^a\Phi^\dagger_j T_a{}^j{}_i\Phi^j$, montrer que si le potentiel

$$V = F^i F^\dagger_i + \frac{1}{2}D^a D_a,$$

est un minimum si on a

$$F^j W_{ji} - g D_a {\Phi^\dagger}_j {T^{aj}}_i = 0.$$

b On suppose que dans une transformation de jauge on a la transformation suivante :

$$\delta_\omega {\Phi^\dagger}_i = i\omega_a {T^{aj}}_i \Phi^\dagger_j,$$

en déduire que l'invariance de jauge du superpotentiel $\bar{W}$ conduit à

$${T^{aj}}_i F^i {\Phi^\dagger}_j = 0.$$

c En déduire que si certains des termes F et/ou D prennent une valeur moyenne dans le vide non nulle, il y a apparition du Golstino, une particule de spin $\frac{1}{2}$ non-massive.

$\boxed{\text{Exercice 3}}$

On considère une théorie supersymétrique brisée où on a $< F^i >\neq 0, < D^a >\neq 0$, et on va calculer les matrices de masse de tous les champs.

1 Champs scalaires. Quelle est l'origine de la masse des scalaires ? Calculer la matrice de masse :

$$\begin{pmatrix} \Phi^\dagger_j & \Phi^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^j \partial \Phi^\dagger_i} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^j \partial \Phi^i} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^\dagger_j \partial \Phi^\dagger_i} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial^2 V}{\partial \Phi^i \partial \Phi^\dagger_j} \right\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi^i \\ \Phi^\dagger_i \end{pmatrix}.$$

Si T^A est une matrice d'un groupe de jauge agissant sur un champ Φ^i (dans une certaine représentation du groupe de jauge), on note $C_a(i)\delta^{ab} = \mathrm{Tr}(T^a T^b)$ la forme de Killing. Montrer que

$$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}_0^2) = 2W_{ik}W^{*ik} + 2g_a^2 C_a(i) \left\langle \Phi^i \Phi^\dagger_i \right\rangle.$$

2 Quelle est l'origine des termes de masse des champs vectoriels ? Calculer la matrice de masse des champs vectoriel ${\mathcal{M}_1}^2$. En déduire

$$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}_1^2) = 2g_a^2 C_a(i) \left\langle \Phi^i \Phi^\dagger_i \right\rangle.$$

3 En utilisant les résultat de l'exercice 2 donner la matrice de masse $\mathcal{M}_{\frac{1}{2}}$ dans la base ψ^i, λ^a. En déduire la matrice

$$\mathcal{M}^2_{\frac{1}{2}} = \mathcal{M}^\dagger_{\frac{1}{2}} \mathcal{M}_{\frac{1}{2}},$$

ainsi que la relation

$$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^2_{\frac{1}{2}}) = W_{ik}W^{*ik} + 4g_a^2 C_a(i) \left\langle \Phi^i \Phi^\dagger_i \right\rangle.$$

4 Que peut-on en conclure si on calcule la supertrace :

$$\mathrm{sTr}(\mathcal{M}^2) = \mathrm{Tr}(\mathcal{M}_0^2) - 2\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^2_{\frac{1}{2}}) + 3\mathrm{Tr}(\mathcal{M}_1^2).$$

Une remarque importante sur la matrice de masse. Une matrice de masse est une forme quadratique agissant sur des champs X^i donnée par

$$m_{ij}^2 X^i X^j.$$

On sait que l'on peut toujours diagonaliser la matrice m par la méthode de Gauss. Mais ce n'est pas de cette diagonalisation que l'on parle quand on dit qu'on diagonalise une matrice de masse. En effet, on parle d'état propres de masse M_i^2. Pour parler d'état propres, il faut comprendre m_{ij}^2 comme une application linéaire. Cela veut dire que l'on a plus de structure. En effet, une application linéaire a une structure indicielle en ${P^i}_j$ alors qu'une forme quadratique a sa structure indicielle en Q_{ij}; la matrice de masse m^2 est donc du type a priori *Q. De plus, si l'on effectue un changement de base, nous avons les lois de transformation*

$$Q \longrightarrow U^\dagger Q U, \quad P \longrightarrow U^{-1} P U.$$

Cependant, la matrice de masse étant hermicienne (symétrique dans le cas réel), elle est diagonalisable par une matrice unitaire $UU^\dagger = 1$ (une rotation -$R^t R = 1$- dans le cas réel), de ce fait les deux transformations ci-dessus sont compatibles. Il est en outre important de noter qu'une telle transformation laisse le terme cinétique est invariant.

La structure supplémentaire qui permet d'identifier la matrice de masse à une application linéaire est la suivante :

- *Pour les champs scalaires complexes on définit la matrice de masse par*

  $$\begin{pmatrix} \Phi_j^\dagger & \Phi^j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {M^{2j}}_i & M^{2ji} \\ {M^2}_{ji} & {{M^2}_j}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi^i \\ \Phi_i^\dagger \end{pmatrix};$$

  donc clairement la matrice ci-dessus peut également être perçue comme une application linéaire $\begin{pmatrix} \Phi^i \\ \Phi_i^\dagger \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \Phi'^j \\ \Phi_j'^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {M^{2j}}_i & M^{2ji} \\ {M^2}_{ji} & {{M^2}_j}^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Phi^i \\ \Phi_i^\dagger \end{pmatrix}$.

- *Pour les champs spinoriels $M_{\frac{1}{2}}$ couple un spineur gaucher à un spineur gaucher et $M_{\frac{1}{2}}^\dagger$ un spineur droitier à un spineur droitier. Donc $M_{\frac{1}{2}}^\dagger M_{\frac{1}{2}}$ est bien une application linéaire qui associe à un spineur gaucher, un spineur gaucher (les indices internes des spineurs gauchers sont en bas et ceux des spineurs droitiers sont en haut).*

- *Pour les champs vectoriels on a comme terme de masse $m_{ab}^2 A^{a\mu} {A^b}_\mu$. Cependant, il existe une métrique naturelle, pour les théories de jauge, la forme de Killing, ce qui munit notre espace interne d'une structure d'espace Euclidien ${A_\mu}^a = A_{\mu b}\delta^{ab} = A_{\mu a}$. Donc on peut en toute impunité monter, à notre guise, les indices internes et interpréter la matrice m_{ab} comme une application linéaire.*

Exercice 4

On va étudier le mécanisme de O'Raifeartaigh pour lequel un terme F développe une valeur moyenne dans le vide et montrer que ce mécanisme conduit à des prédictions qui ne sont pas en accord avec le spectre des particules. Ce mécanisme n'est possible que si le nombre de superchamps chiraux est supérieur à trois. En outre, il nécessite un terme linéaire en Φ, il faut donc qu'il y ait un champ singlet de jauge. Un tel terme n'est pas possible, si on n'a que les champs du modèle standard. Nous allons l'étudier pour un cas particulier. On considère le superpotentiel suivant

$$W = \lambda\Phi^3 + m\Phi^1\Phi^2 + g\Phi^1\Phi^1\Phi^3.$$

On va montrer que ce potentiel induit une brisure de supersymétrie. On introduira les champs scalaires réels, $\Phi^i = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_i + iB_i)$ et les champs auxiliaires réels $f^i = \frac{1}{\sqrt{2}}(F_i - iG_i)$.

1 Montrer qu'il n'est pas possible d'avoir simultanément $< f^1 >=< f^2 >=< f^3 >= 0$.

2 On se place dans le cas où $m^2 \geq 2|\lambda g|$. Montrer que f^3 peut prendre une valeur moyenne dans le vide arbitraire si $m^2 \geq 2|\lambda g|$.

> *Indication: Écrire le superpotentiel en terme des champs A_1, B_1, A_2, B_2 et des champs auxiliares F_1 et G_2.*

3 On va étudier le spectre de masse des particules et montrer qu'il n'est pas phénoménologiquement acceptable.

a Calculer la matrice de masse des champs scalaires. Pourquoi a-t-on un champ scalaire de masse nulle ?

b Calculer la matrice de masse des champs fermioniques ainsi que ses valeurs propres. Quel est le Golstino ? Était-ce prévisible ?

c Montrer que le spectre des particules n'est pas acceptable phénoménologiquement.

4 Tracer graphiquement le potentiel dans la direction $A_1 - A_3$ pour $\lambda = 10, m = 10, g = 1$ et dans la direction $B_1 - A_3$ pour $\lambda = 10, m = 1, g = 10$ (dans des unités appropriées, $[\lambda] = M^2, [m] = M, [g] = M^0$). Conclure.

Exercice 5

On va étudier le mécanisme de Fayet-Illiopoulos et montrer qu'il induit bien une brisure de supersymétrie mais que le spectre des particules est incompatible avec la phénoménologie. Ce mécanisme de brisure de supersymétrie n'est possible que si on rajoute un terme supplémentaire, le terme de Fayet-Illiopoulos dans le cas d'un superchamp vectoriel associé à un champ de jauge $U(1)$.

1 Soit $V = (A_\mu, \lambda, D)$ le superchamp vectoriel associé à une symétrie de jauge $U(1)$. Montrer que le terme

$$\mathcal{L}_{\text{F.I.}} = \xi D,$$

est invariant de jauge et invariant par transformation supersymétrique.

2 On considère deux superchamps chiraux $(\Phi_\pm, \psi_\pm, F_\pm)$ de charges électriques respectives $\pm e$ et on introduit le superpotentiel

$$W = m\Phi_+\Phi_-.$$

Calculer le potentiel $V(\Phi_+, \Phi_-)$.

3 On considérera les deux cas **a** $\xi e \leq m^2$ et **b** $\xi e \geq m^2$. Quel est le minimum du potentiel ? La supersymétrie est-elle brisée ? L'invariance de jauge est-elle brisée ?

4 Calcul des masses des particules. On introduira

$$\Phi_\pm = \frac{A_\pm + iB_\pm}{\sqrt{2}}.$$

a Calculer les termes d'intéraction fermioniques.

b Calculer les termes de masse des champs scalaires.

c On se place dans le cas où $e\xi > m^2$, calculer la masse des particules et les états propres. Interpréter.

d On se place dans le cas où $e\xi < m^2$, calculer la masse des particules et les états propres. Interpréter.

e Le spectre est-il réaliste ?

Exercice 6

1 On considère le potentiel des bosons de Higgs incluant les termes de brisure douce m_1^2, m_2^2 et B:

$$m_1^2 \left|H_1\right|^2 + m_2^2 \left|H_2\right|^2 + B\mu H_1.H_2 + \text{c.c.}\ .$$

a Quels sont les termes supplémentaires apparaissant dans le potentiel de Higgs ? (Par une redéfinition des champs, on peut s'arranger pour que le terme $B\mu$ soit réel.)

b Écrire le potentiel complet pour la partie neutre des bosons de Higgs H_{10} et H_{20}.

2 On va étudier maintenant les contraintes sur les paramètres pour que la théorie soit viable physiquement.

a Montrer que la direction plate $< H_{10} >=< H_{20} >$ impose la relation

$$2|\mu|^2 + m_1^2 + m_2^2 + 2B\mu > 0,$$

si on veut que le potentiel soit borné par valeur inférieure.

b Montrer que le fait qu'une certaine combinaison linéaire de H_{10} et de H_{20} ait un terme de masse carré négatif au voisinage de $< H_{10} >= 0, < H_{20} >= 0$ conduit à la contrainte

$$B^2\mu^2 > (m_1^2 + |\mu|^2)(m_2^2 + |\mu|^2).$$

c Montrer que le fait que le potentiel ait un minimum en $< H_{10} >= v_1, < H_{20} >= v_2, v_1, v_2 \neq 0$ conduit aux relations

$$\begin{aligned} m_1^2 + |\mu|^2 + B\mu \text{ cotan } \beta - \frac{1}{2}M_Z^2 \cos 2\beta &= 0, \\ m_2^2 + |\mu|^2 + B\mu \tan \beta + \frac{1}{2}M_Z^2 \cos 2\beta &= 0, \end{aligned}$$

où $\tan\beta = \frac{v_1}{v_2}$ et $M_Z^2 = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 + v_2^2)$, est la masse du boson de jauge Z_0, ~ 92GeV.

Exercice 7

On suppose que les bosons de Higgs prennent une valeur moyenne dans le vide non-nulle : $< H_{10} >= v_1, < H_{20} >= v_2$. Montrer que on a

$$M_Z^2 = \frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 + v_2^2), \quad M_W^2 = \frac{1}{2}g_2^2(v_1^2 + v_2^2)$$

et que le photon γ est non-massif. Avec

$$\gamma = W_3 \cos\theta_W + B \sin\theta_W, \quad Z = W_3 \cos\theta_W - B \sin\theta_W$$

où $\sin\theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2+g_2^2}}$ est l'angle de Weinberg.

Exercice 8

1 On suppose que les bosons de Higgs prennent une valeur moyenne dans le vide non-nulle : $< H_{10} >= v_1, < H_{20} >= v_2$ et on se propose de calculer les états propres de masse des bosons de Higgs. On introduit $\mathrm{Re}(H_{i0})$ et $\mathrm{Im}(H_{i0})$ les parties réelles et imaginaires pures de H_{i0} appelées encore partie scalaire et pseudo-scalaire.

a Montrer que la matrice de masse de la partie scalaire vaut:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(3v_1^2 - v_2^2) + m_1^2 + |\mu|^2 & -\frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)v_1 v_2 + B\mu \\ -\frac{1}{2}(g_1^2 + g_2^2)v_1 v_2 + B\mu & \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(3v_2^2 - v_1^2) + m_2^2 + |\mu|^2 \end{pmatrix}.$$

b Montrer que la matrice de masse de la partie pseudo-scalaire vaut :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(v_1^2 - v_2^2) + m_1^2 + |\mu|^2 & -B\mu \\ -B\mu & \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)(v_2^2 - v_1^2) + m_2^2 + |\mu|^2 \end{pmatrix}.$$

c Montrer que la matrice de masse de la partie chargée vaut:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{4}g_1^2(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{4}g_2^2(v_1^2 + v_2^2) + m_1^2 + |\mu|^2 & \frac{1}{2}g_2^2 v_1 v_2 - B\mu \\ \frac{1}{2}g_2^2 v_1 v_2 - B\mu & -\frac{1}{4}g_1^2(v_1^2 - v_2^2) + \frac{1}{4}g_2^2(v_1^2 + v_2^2) + m_2^2 + |\mu|^2 \end{pmatrix}.$$

2 On va calculer les masses des différents bosons de Higgs.

a Montrer que les équations de minimisation se réduisent aux équations :

$$\begin{aligned} \sin 2\beta &= \frac{-2B\mu}{m_1^2 + m_2^2 + 2|\mu|^2}, \\ M_Z^2 &= \frac{m_1^2 - m_2^2}{\cos 2\beta} - (m_1^2 + m_2^2 + 2|\mu|^2). \end{aligned}$$

Pour calculer les matrices de masse des bosons de Higgs, on exprimera les éléments de matrice en fonction de la masse du Z_0 et du W; et on utilisera les identités démontrées ci-dessus.

b Montrer que les états propres de la matrice de masse des bosons de Higgs chargés sont une particule de masse nulle et un état de masse :

$$M_{H_\pm}^2 = M_W^2 + m_1^2 + m_2^2 + 2|\mu|^2.$$

Interpréter

c Montrer que les états propres de la matrice de masse des pseudo-scalaires sont une particule de masse nulle et un état de masse :

$$M_{A^0}^2 = m_1^2 + M_2^2 + 2|\mu|^2.$$

Interpréter.

d Montrer que les états propres de la matrice de masse des scalaires sont donnés par:

$$M_{h^0,H^0}^2 = \frac{1}{2}\left(M_{A^0}^2 + M_Z^2 \pm \sqrt{(M_{A^0}^2 - M_Z^2)^2 + 4M_Z^2 M_{A^0}^2 \sin^2 2\beta}\right).$$

Exercice 9

1 On va étudier les matrices de masse des fermions supersymétriques.

a Rappeler quels sont les différents termes qui conduisent à des termes de masse pour les fermions.

b Quels sont les différents fermions (partenaires supersymétriques des particules du modèles standard) présents ? (Dans un souci de simplification, on supposera μ réel.)

c Écrire les termes de masse si on suppose que $< H_{10} >= v_1, < H_{20} >= v_2$.

2 Quels sont les fermions chargés (appelés charginos) ? Montrer que la matrice de masse est donnée dans la base $(\tilde{W}_-, \tilde{H}_{1-}, \tilde{W}_+, \tilde{H}_{2+})$ (où $\tilde{W}^\pm = \frac{\tilde{W}^1 \pm i\tilde{W}^2}{\sqrt{2}}$) par :

$$M_{\widetilde{\text{chargino}}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_2 & i\sqrt{2}M_W\cos\beta \\ 0 & 0 & i\sqrt{2}M_W\sin\beta & \mu \\ M_2 & i\sqrt{2}M_W\sin\beta & 0 & 0 \\ i\sqrt{2}M_W\cos\beta & \mu & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En déduire que les états propres de masse sont

$$M^2_{\widetilde{\text{charg}_1},\widetilde{\text{charg}_2}} = \frac{1}{2}\left(M_2^2 + 2M_W^2 + \mu^2 \pm \sqrt{(M_2^2 + 2M_W^2 + \mu^2)^2 - 4(M_2\mu + M_W^2\sin 2\beta)^2}\right)$$

b Quels sont les fermions neutres (appelés neutralinos) ? En déduire que la matrice de masse (dans la base $(\widetilde{H_{10}}, \widetilde{H_{20}}, \tilde{B}, \tilde{W}_3)$ est :

$$\begin{pmatrix} 0 & -\mu & -2iM_W\tan\theta_W\sin\beta & 2iM_W\sin\beta \\ -\mu & 0 & 2iM_W\tan\theta_W\cos\beta & -2iM_W\cos\beta \\ -2iM_W\tan\theta_W\sin\beta & 2iM_W\tan\theta_W\cos\beta & M_1 & 0 \\ 2iM_W\sin\beta & -2iM_W\cos\beta & 0 & M_2 \end{pmatrix}$$

c Quelle est la masse des gluinos ?

Exercice 10

On note $L = \left(\begin{pmatrix}\tilde{\nu}_{e_L}\\ \tilde{e}_L\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\nu_{e_L}\\ e_L\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}F_{\nu_{e_L}}\\ F_{e_L}\end{pmatrix}\right)$ et $E = E_R = (\tilde{e}_R^\dagger, e_R^c, F_{e_R}^\dagger)$ les multiplets chiraux associés à l'électron gaucher et l'électron droitier. On note m_L^2, m_R^2 et A_E les termes de brisure douce associés à l'électron.

1 Quelle est la masse de l'électron ?

2 Identifier tous les termes qui conduisent à un terme de masse des selectrons. En déduire que la matrice de masse s'écrit :

$$\begin{pmatrix} m_e^2 + m_L^2 & \lambda_E(A_E^* v_1 + \mu v_2) \\ \lambda_E(A_E v_1 + \mu^* v_2) & m_e^2 + m_R^2 \end{pmatrix},$$

m_e étant la masse de l'électron.